ANÁLISE ECONOMÉTRICA DE DADOS EXPERIMENTAIS SOBRE A PRODUÇÃO DE TRIGO EM UM SISTEMA DE PRODUÇÃO TRIGO-SOJA[1]

VICTOR HUGO DA FONSECA PORTO[2] e RODOLFO HOFFMANN[3]

RESUMO - Este estudo foi realizado com base nos dados sobre produtividade da cultura de trigo gerados pelo experimento Estudo do Sistema de Produção Trigo-Soja, realizado nos anos de 1975, 1976, 1977 e 1978 no Centro Nacional de Pesquisa de Trigo, Passo Fundo, RS. Esse experimento teve como finalidade o estudo de cinco fatores: calagem, tipos de preparo do solo, queima ou não da resteva, densidade e adubação nitrogenada. Os principais objetivos deste trabalho foram: 1. determinar a dose econômica de nitrogênio e obter o respectivo intervalo de confiança, tanto com base na variância assintótica da estimativa da dose econômica como com base no teorema de Fieller; e 2. estudar a influência de práticas culturais e condições climáticas na produção de trigo e na sua resposta à adubação nitrogenada.

Termos para indexação: trigo, função de produção, teorema de Fieller, variância assintótica.

ECONOMETRIC ANALYSIS OF EXPERIMENTAL DATA ON WHEAT PRODUCTION IN A WHEAT-SOYBEAN PRODUCTION SYSTEM

ABSTRACT - This paper is based on wheat production data from an experiment designed to study a "wheat-soybean production system", conducted from 1975 to 1978 in the National Center for Research on Wheat located in Passo Fundo, RS. The experiment considered the effects of five factors: liming, method of land preparation, burning or non-burning of stubble, seeding density and nitrogen application. The main objectives of this study where: 1. to determine the economic level of nitrogen and its confidence interval, based either on the asymptotic variance of the estimator of the economic level or on Fieller's theorem, and 2. to study the influence of production pratices and climatic conditions on wheat production and on wheat response to nitrogen fertilization.

Index terms: wheat, production function, Fieller theorem, asymptotic variance.

---

1 Aceito para publicação em 03 de março de 1982.
Resumo da Dissertação de Mestrado do primeiro autor, aprovada pela Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", da Universidade de São Paulo, em maio de 1980.

2 Econ. Agrária, M.S., Pesquisador da Unidade de Execução de Pesquisa de Âmbito Estadual (UEPAE) - EMBRAPA, Caixa Postal 553, CEP 96100 - Pelotas, RS.

3 Engº Agrº, M.S., Professor Titular do Departamento de Economia e Sociologia Rural da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz" da Universidade de São Paulo (ESALQ/USP), Caixa Postal 9, CEP 13400 - Piracicaba, SP.

INTRODUÇÃO

Importância do tema

A utilização de modelos econométricos para analisar a produção de uma cultura como processo de transformação de diferentes fatores em produto final, tem proporcionado aos economistas agrícolas e pesquisadores biológicos um conhecimento maior sobre as relações insumo-produto.

Uma das principais aplicações das funções de produção ajustadas é a determinação da quantidade economicamente ótima de fatores de produção variáveis, como é o caso dos fertilizantes.

É função dos pesquisadores biológicos e economistas agrícolas minimizar o erro da tomada de decisão dos agricultores nesse processo complexo que é a utilização de fertilizantes. Os primeiros aprendendo sempre mais sobre como uma determinada cultura responde a diferentes doses de fertilizantes considerando os vários tipos de solo, práticas culturais e condições climáticas. Quanto aos economistas, precisam acumular informações sobre preços relativos e forma da função de produção, com a finalidade de fornecerem aos agricultores uma estimativa da dose econômica de fertilizantes para cada cultura, por região agrícola.

Com o objetivo de aperfeiçoar cada vez mais esse tipo de informação, de crucial importância para os agricultores, foram desenvolvidos diversos estudos com a finalidade de determinar a estimativa da dose econômica de fertilizantes. Basicamente estes estudos estimam a relação funcional entre o rendimento de uma cultura e a quantidade aplicada de um ou vários fertilizantes; a seguir, é determinada a estimativa da dose econômica destes fertilizantes, para diferentes valores da relação entre preço do produto e preço do fertilizante.

A estimativa da dose econômica, derivada dessa maneira, apresenta problemas para a generalização, ou para a difusão dos resultados, pois: a) as respostas dos fertilizantes dependem também dos demais fatores atinentes ao processo produtivo; b) a estimativa da dose econômica de um fertilizante, baseada em dados experimentais, é uma variável aleatória, sendo importante, então, avaliar sua precisão, isto é, obter uma estimativa de sua variância ou determinar o intervalo de confiança para a verdadeira dose econômica.

A inclusão dos fatores edafo-climáticos e das práticas culturais na relação insumo-produto no campo da experimentação agrícola é hoje tida como necessária, pois estes fatores explicam muito a variação dos rendimentos de uma cultura nos diversos anos agrícolas. Segundo Mota & Acosta (1976), o clima do Rio Grande do Sul é responsável por variações de até 30% na produção de trigo no estado, devido, principalmente, à alta umidade relativa do ar durante a floração, favorecendo o aparecimento de doenças, bem como a baixa insolação, que prejudica a fotossíntese[4].

Pesek et al. (1967), Colwell (1979) e Dillon (1977) apontam a necessidade de incluir os fatores edafo-climáticos nas funções de produção estimadas que, de outro modo, têm menor valor prático.

Para a cultura do trigo, poder-se-ia dizer que o conhecimento das funções de resposta ao nitrogênio, objetivando sua utilização de uma forma mais eficiente, técnica e economicamente, no momente atual da triticultura gaúcha e paranaense, deveria se tornar uma das metas prioritárias dos pesquisadores que trabalham nas áreas de fertilidade do solo e economia. A cultura do trigo responde significativamente à aplicação de nitrogênio, sendo este um dos insumos responsáveis pelo aumento da produtividade de trigo nos Estados do Rio Grande do Sul e Paraná.

Com a queda, em 1977, do subsídio de 40% para a aquisição de fertilizantes e a alta significativa dos preços do petróleo, a partir de 1974, o fertilizante passou a ter uma importância relativa maior na formação dos custos variávies para a lavoura tritícola. Daí, a necessidade de os triticultores utilizarem-no eficientemente para minimizar os custos variáveis por unidade produzida.

Objetivos

1. Estimar funções de produção que mostrem como o rendimento da cultura de trigo varia em função de doses de nitrogênio, práticas culturais, precipitação pluviométricas, temperatura, umidade relativa do ar e insolação.
2. Estudar, de acordo com as funções de produção estimadas, o ponto de máxima eficiência econômica, com respeito ao uso de nitrogênio, e intervalo de confiança para este ponto.
3. Com a finalidade de obter um modelo de regressão que melhor se adapte aos dados experimentais analisados, serão testados três modelos: função de Mitscherlich, quadrática e raiz quadrada.

MATERIAL E MÉTODOS

Material

Nos anos de 1975, 1976, 1977 e 1978 foi conduzido um experimen-

4 Ressalte-se que, neste estudo, verificou-se que a insolação pode ser excessiva, prejudicando a produção.

to denominado Estudo do Sistema de Produção Trigo-Soja, no Centro Nacional de Pesquisa de Trigo, Passo Fundo, RS, pelos pesquisadores Luiz Ricardo Pereira, Bernard R. Bouglé e pelo técnico agrícola José A. Portella, que teve como finalidade o estudo de cinco fatores: calagem, tipos de preparo do solo, restevas, densidade de semeadura e adubação nitrogenada em trigo (15, 55, 95 e 135 kg/ha). As aplicações dos quatro níveis de adubação nitrogenada foram feitas somente no trigo.

O delineamento utilizado foi de parcelas subdivididas para o nitrogênio e em faixas para os demais fatores. O experimento tinha um total de 2 x 2 x 2 x 2 x 4 x 4 = 256 sub-sub-sub-subparcelas.

MÉTODOS

Modelos

Os modelos de função de produção utilizados são:

1. Modelo quadrático

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \gamma X_i^2 + \epsilon_i \quad (1)$$

com $\alpha > 0; \beta > 0$ e $\gamma < 0$

2. Modelo com raiz quadrada

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + \gamma \sqrt{X_i} + \epsilon_i \quad (2)$$

com $\alpha > 0$ e $\gamma > 0$

3. Função de Mitscherlich

$$Y_i = \alpha \left[1 - 10^{-\gamma (X_i + \delta)}\right] + \epsilon_i \quad (3)$$

com $\alpha > 0; \gamma > 0$ e $\delta > 0$

Nestes modelos de funções de produção, os ϵ_i são erros aleatórios independentes com média zero e variância (σ^2) constante[5], Y_i representa a produtividade de trigo por hectare e X_i representa os níveis de nitrogênio.

As condições impostas aos valores dos parâmetros garantem que todos os três modelos de funções de produção apresentam um estágio racional, isto é, um intervalo em que o produto físico marginal é positivo e decrescente, e o produto físico médio, decrescente, portanto, maior do que o produto físico marginal.

Considerando **a, b c e d** as estimativas de mínimos quadrados dos parâmetros α, β, γ e δ, respectivamente, e se $\hat{Y}$ é a produtividade estimada, as equações estimadas são:

---

[5] Para efetuar os testes "t" e "F" e obter intervalos de confiança é necessário, ainda, pressupor que os ϵ_i têm distribuição normal.

$$\hat{Y} = a + bX_i + cx_i^2 \quad (4)$$

$$\hat{Y} = a + bX_i + c\sqrt{X_i} \quad (5)$$

e

$$\hat{Y} = a\left[1 - 10^{-c(X_i + d)}\right] \quad (6)$$

Estimativas dos parâmetros

Os modelos (1) e (2) podem ser transformados em modelos de regressão linear múltipla, com duas variáveis independentes, fazendo $X_i = X_{1i}$ e $X_i^2 = X_{2i}$ para o modelo (1) e $\sqrt{X_i} = X_{2i}$ para o modelo (2).

Assim os modelos (1) e (2) transformam-se, por anamorfose, no modelo linear

$$Y = \alpha + \beta X_{1i} + \gamma X_{2i} + \epsilon_i \quad (7)$$

e as estimativas de seus parâmetros podem ser obtidas pelo método de mínimos quadrados ordinários. Temos

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = (X'X)^{-1} X'y$$

onde y é o vetor coluna das produções e

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} \\ 1 & X_{12} & X_{22} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} \end{bmatrix}$$

Colocando o modelo (3) na forma

$$Y_i = \alpha + \beta\rho^{X_i} + \epsilon_i \quad (8)$$

com $\alpha > 0$, $\beta < 0$ e $|\rho| < 1$, conhecida como função de Spillman, pode-se determinar as estimativas de mínimos quadrados de α, β e ρ pelo método de Gauss-Newton, exposto em Hoffmann & Vieira (1977).

Sendo **a**, **b** e **r** as estimativas dos parâmetros α, β e ρ, respectivamente, e $\hat{Y}$ a produtividade estimada, tem-se então a função de Spillman estimada

$$\hat{Y} = a + br^{X_i} \quad (9)$$

Considerando $\hat{Y}_i$ como sendo função somente de r, tem-se

$$\hat{Y}_i = f(r) = a + br^{X_i}$$

e

$$f'(r) = bX_i r^{X_i - 1}$$

Para os valores próximos da estimativa preliminar r_o, o valor $\hat{Y}_i$ é, aproximadamente,

$\hat{Y}_i = f(r_o) + f'(r_o)\ \Delta r$

onde $\Delta r = r - r_o$

Então

$$\hat{Y}_i = a + br_o^{X_i} + bX_i r_o^{X_i - 1}\ \Delta r \qquad (10)$$

Considerando

$$b\Delta r = h \qquad (11)$$

a expressão (10) fica

$$\hat{Y}_i = a + br_o^{X_i} + hX_i r_o^{X_i - 1} \qquad (12)$$

Agora pode-se fazer uma regressão linear múltipla de $\hat{Y}_i$ contra $r_o^{X_i}$ e $X_i r_o^{X_i - 1}$ para obter os valores das estimativas de mínimos quadrados **a, b** e **h**.

Para tal, definem-se as matrizes

$$X = \begin{bmatrix} 1 & r_o^{X_1} & X_1 r_o^{X_1 - 1} \\ 1 & r_o^{X_2} & X_2 r_o^{X_2 - 1} \\ . & . & . \\ . & . & . \\ . & . & . \\ 1 & r_o^{X_n} & X_n r_o^{X_n - 1} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ . \\ Y_n \end{bmatrix}$$

das quais obtêm-se as matrizes

$$X'X = \begin{bmatrix} n & \Sigma r_o^{X_i} & \Sigma X_i r_o^{X_i - 1} \\ \Sigma r_o^{X_i} & \Sigma r_o^{2X_i} & \Sigma X_i r_o^{2X_i - 1} \\ \Sigma X_i r_o^{X_i - 1} & \Sigma X_i r_o^{2X_i - 1} & \Sigma X_i r_o^{2X_i - 2} \end{bmatrix}$$

e

$$X'y = \begin{bmatrix} \Sigma Y_i \\ \Sigma Y_i r_o^{X_i} \\ \Sigma Y_i X_i r_o^{X_i - 1} \end{bmatrix}$$

Stevens (s.d.) indicou a inversa da matriz X'X pela matriz

$$F = \begin{bmatrix} F_{aa} & F_{ab} & F_{ar} \\ F_{ab} & F_{bb} & F_{br} \\ F_{ar} & F_{br} & F_{rr} \end{bmatrix} \qquad (13)$$

Então

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{aa} & F_{ab} & F_{ar} \\ F_{ab} & F_{bb} & F_{br} \\ F_{ar} & F_{br} & F_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma Y_i \\ \Sigma Y_i r_o^{X_i} \\ \Sigma Y_i X_i r_o^{X_i - 1} \end{bmatrix} \qquad (14)$$

Com base em uma estimativa preliminar (r_o) de ρ, determinam-se, através de (14), as estimativas dos parâmetros da regressão:

$$a = F_{aa}\Sigma Y_i + F_{ab}\Sigma Y_i r_o^{X_i} + F_{ar}\Sigma Y_i X_i r_o^{X_i - 1},$$

$$b = F_{ab}\Sigma Y_i + F_{bb}\Sigma Y_i r_o^{X_i} + F_{br}\Sigma Y_i X_i r_o^{X_i - 1},$$

$$h = F_{ar}\Sigma Y_i + F_{br}\Sigma Y_i r_o^{X_i} + F_{rr}\Sigma Y_i X_i r_o^{X_i - 1}$$

e

$$r = r_o + \Delta r,$$

onde, de acordo com (11), $\Delta r = \frac{h}{b}$

Desde que (12) é uma aproximação, as estimativas obtidas serão consideradas definitivas somente se o valor de Δr for desprezível. Se o valor da correção Δr não for desprezível, os cálculos indicados por (14) são refeitos, considerando o valor corrigido de **r** como estimativa preliminar. Admitindo que o processo seja convergente, o ciclo de cálculos indicado por (14) é repetido até que o valor de Δr seja considerado desprezível.

Sendo **a, b** e **r** as estimativas dos parâmetros α, β e ρ do modelo (8), as estimativas dos parâmetros α, γ e ν do modelo (3) são **a, c** e **d**, de tal maneira que

δ

$$b = -a10^{-cd} \qquad (15)$$

e

$$r = 10^{-c} \qquad (16)$$

Então, aplicando-se logaritmos naturais às expressões (15) e (16), obtêm-se as estimativas dos parâmetros do modelo (3):

$$c = -\frac{1nr}{1n10} \qquad (17)$$

e

$$d = \frac{\ln(-b/a)}{\ln r} \tag{18}$$

Função de renda líquida

Quando os fatores de produção envolvidos em um empreendimento estão sendo utilizados em seus níveis ótimos do ponto de vista econômico, alcança-se a renda líquida máxima deste empreendimento.

A função de renda líquida é definida como segue:

$$\pi = P_y Y - P_x X - C \tag{19}$$

onde

π é a renda líquida, Y é a quantidade produzida de trigo, X é a quantidade de nitrogênio, em quilogramas por hectare, P_y é o preço unitário do produto (trigo) pago ao agricultor, P_x é o preço unitário do insumo (nitrogênio), incluindo custos variáveis de aplicação do mesmo no solo, e C representa os custos fixos.

A condição necessária para que a receita líquida seja máxima é que a derivada de π com relação a X seja igual a zero.

Então de (19) obtemos

$$\frac{d\pi}{dX} = P_y \cdot \frac{dY}{dX} - P_x = 0$$

Segue-se que

$$\frac{dY}{dX} = \frac{P_x}{P_y} = \Omega \tag{20}$$

Essa equação mostra que, no ponto ótimo, a produtividade marginal é igual à relação de preços $\Omega = P_x/P_y$.

Considerando as funções estimada (4), (5), (6) e (9) e de acordo com (20), obtêm-se as estimativas das doses econômicas X^* de nitrogênio.

Para o modelo quadrático,

$\hat{Y} = a + bX + cX^2$,

tem-se

$$\frac{d\hat{Y}}{dX} = b + 2cX$$

A condição necessária para renda líquida máxima fica

$\Omega = b + 2cX^*$

Segue que

$$X^* = \frac{\Omega - b}{2c} \tag{21}$$

Para o modelo com raiz quadrada,
$\hat{Y} = a + bX + c\sqrt{X}$,
tem-se

$$\frac{d\hat{Y}}{dX} = b + \frac{c}{2\sqrt{X}}$$

A condição necessária para renda líquida máxima fica

$$\Omega = b + \frac{c}{2\sqrt{X^*}}$$

Segue-se que

$$X^* = \frac{c^2}{4(\Omega - b)^2} \tag{22}$$

Para o modelo de Mitscherlich

$$\hat{Y} = a\left[1 - 10^{-c(X + d)}\right]$$

tem-se

$$\frac{d\hat{Y}}{dX} = ac10^{-c(X + d)} \,.\, 1n10$$

A condição necessária para a renda líquida máxima fica

$$\Omega = ac10^{-c(X^* + d)} \,.\, 1n10$$

Aplicando logaritmos decimais à expressão acima, obtém-se
$\text{Log}\ \Omega = \log ac - c(X^* + d) + \log 1n10$
Segue-se que

$$c(X^* + d) = \log\left(\frac{ac\ 1n\ 10}{\Omega}\right)$$

e, finalmente,

$$X^* = \frac{1}{c}\log\left(\frac{ac}{\Omega \log e}\right) - d \tag{23}$$

Para o modelo de Spillman
$\hat{Y} = a + br^X$
tem-se

$$\frac{d\hat{Y}}{dX} = br^X \,.\, 1n\ r$$

A condição necessária para renda líquida máxima fica

$\Omega = br^{X^*} . \ln r$

Aplicando logaritmos naturais à expressão acima, obtém-se

$\ln \Omega = \ln b + X^* \ln r + \ln \ln r$

Segue-se que

$X^* \ln r = \ln \Omega - \ln b - \ln \ln r$

e, finalmente,

$$X^* = \ln \left(\frac{\Omega}{b \ln r}\right) \left(\frac{1}{\ln r}\right) \qquad (24)$$

Intervalo de confiança da dose econômica

Variância assintótica

Sejam $\hat{V}(b)$, $\hat{V}(c)$ e $\hat{cov}(b, c)$ as estimativas das variâncias e de covariância dos estimadores consistentes (**b** e **c**) dos parâmetros β e γ. Seja $X = f(b, c)$ uma função com derivadas de primeira e segunda ordem contínuas numa vizinhança de β e γ. Então $X = f(b, c)$ é um estimador consistente de $X = f(\beta, \gamma)$ e a estimativa de sua variância assintótica pode ser obtida como segue (Hoffmann & Vieira 1977, Theil 1971):

$$\hat{V}(X) = f_b^2 \hat{V}(b) + f_c^2 \hat{V}(c) + 2f_b f_c \hat{cov}(b, c) \qquad (25)$$

onde f_b e f_c são as derivadas parciais de $f(b, c)$ em relação a **b** e a **c**, respectivamente.

Para o modelo quadrático, de (21) obtêm-se as derivadas parciais em relação a **c** e **b**:

$$f_b = -\frac{1}{2c} \text{ e } f_c = -\frac{\Omega - b}{2c^2}$$

De acordo com (25), segue-se que

$$\hat{V}(X^*) = \frac{1}{4c^2} \hat{V}(b) + \frac{(\Omega - b)^2}{4c^4} \hat{V}(c) + \frac{(\Omega - b)}{2c^3} \hat{cov}(b,c) \qquad (26)$$

Para o modelo com raiz quadrada, de (22) obtêm-se as derivadas parciais em relação a **b** e **c**:

$$f_b = \frac{c^2}{2(\Omega - b)^3} \text{ e } f_c = \frac{c}{2(\Omega - b)^2}$$

De acordo com (25), segue-se que

$$\hat{V}(X^*) = \frac{c^2 \phi^4}{4} \left[\hat{V}(c) + c^2 \phi^2 \hat{V}(b) + 2c\phi \hat{cov}(b,c)\right] \qquad (27)$$

onde

$$\phi = \frac{1}{(\Omega - b)}$$

Para o modelo de Spillman, de (24) obtêm-se as derivadas parciais em relação a **r** e **b**:

$$f_r = \frac{1}{r(1n\, r)^2}\left[1 + 1n\left(\frac{\Omega}{b\, 1n\, r}\right)\right]$$

e

$$f_b = - \frac{1}{b\, 1n\, r}$$

De acordo com (25), segue-se que

$$\hat{V}(X^*) = \left[\frac{1 + 1n \dfrac{\Omega}{b\, 1n\, r}}{r\,(1n\, r)^2}\right]^2 \hat{V}(r) + \left(\frac{1}{b\, 1n\, r}\right)^2 \hat{V}(b) + 2\left[\frac{1 + 1n\left(\dfrac{\Omega}{b\, 1n\, r}\right)}{br(1n\, r)^3}\right] \hat{cov}(b,c) \qquad (28)$$

Extraindo a raiz quadrada da estimativa da variância assintótica da estimativa da dose econômica, obtem-se $s(X^*)$. A seguir, determinam-se os limites do intervalo de confiança para a dose econômica verdadeira, dados por

$$X^* \pm t_o s(X^*) \qquad (29)$$

Esse intervalo de confiança só é válido, a rigor, assintoticamente, isto é, no limite, quando o tamanho da amostra tende ao infinito. Para uma dada amostra, o intervalo de confiança calculado é aproximadamente válido.

Deve ser ressaltado que X^* não tem distribuição normal. Portanto, $X^*/s(X^*)$ não tem distribuição de t de Student.

Teorema de Fieller

Uma outra maneira de determinar o intervalo de confiança para um cociente é através do teorema de Fieller (Finney 1971, Hoffmann & Vieira 1977).

Pressupõe-se que as estimativas não-tendenciosas e com distribuição normal, a_1 e a_2 de α_1 e α_2, respectivamente, são conhecidas, bem como as estimativas das variâncias e covariâncias de a_1 e a_2, dadas por

$$\hat{V}(a_1) = v_{11}s^2$$

$$\hat{V}(a_2) = v_{22}s^2$$

e

$$\hat{cov}(a_1, a_2) = v_{12}s^2$$

Nessas condições, segundo o teorema de Fieller, e consideranto t_o o valor crítico de **t**, para o nível de confiança adotado, pode-se obter um intervalo de confiança para $\beta = \alpha_1/\alpha_2$ que é dado pela inequação

$$\frac{(a_1 - \beta a_2)^2}{(v_{11} + \beta^2 v_{22} - 2\beta v_{12})s^2} < t_o^2 \qquad (30)$$

Desenvolvendo, obtém-se

$$(a_1 - \beta a_2)^2 - t_o^2(v_{11} + \beta^2 v_{22} - 2\beta v_{12})s^2 < 0$$

ou

$$a_1^2 - 2a_1\beta a_2 + \beta^2 a_2^2 - t_o^2 v_{11}s^2 - t_o^2\beta^2 v_{22}s^2 + 2t_o^2\beta v_{12}s^2 < 0$$

ou ainda

$$\beta^2(a_2^2 - t_o^2 v_{22}s^2) - 2\beta(a_1 a_2 - t_o^2 v_{12}s^2) + a_1^2 - t_o^2 v_{11}s^2 < 0$$

Dividindo toda a inequação acima por a_2^2 e multiplicando e dividindo por v_{22} o último termo dentro do segundo parêntese e o último termo da inequação, obtém-se

$$\beta^2\left(1 - \frac{t_o^2 v_{22}s^2}{a_2^2}\right) - 2\beta\left(\frac{a_1}{a_2} - \frac{t_o^2 v_{12}s^2 v_{22}}{a_2^2 v_{22}}\right) + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 - \frac{t_o^2 v_{11}s^2 v_{22}}{a_2^2 v_{22}} < 0$$

Considerando $b = a_1/a_2$

e

$$g = \frac{t_o^2 v_{22}s^2}{a_2^2} \qquad (31)$$

a inequação fica da seguinte forma:

$$\beta^2(1 - g) - 2\beta\left(b - g\frac{v_{12}}{v_{22}}\right) + b^2 - g\frac{v_{11}}{v_{22}} < 0 \qquad (32)$$

A solução da inequação (32) somente será um intervalo finito quando $1 - g > 0$

ou

$$g < 1 \qquad (33)$$

De acordo com (31), a desigualdade (33) pode ser escrita

$$\frac{|a_2|}{\sqrt{v_{22}s^2}} > t_o$$

Portanto, a condição (33) implica que, ao nível de significância adotado, seja rejeitada a hipótese $H_o: \alpha_2 = 0$.

Em outras palavras, o intervalo de confiança só é finito se o valor de a_2 for estatisticamente diferente de zero.

De acordo com a expressão que dá as raízes de um trinômio de 2º grau, os limites do intervalo de confiança são as raízes da inequação (32):

$$\frac{2\left(b - g\frac{v_{12}}{v_{22}}\right) \pm \sqrt{4\left(b - g\frac{v_{12}}{v_{22}}\right)^2 - 4\left(b^2 - g\frac{v_{11}}{v_{22}}\right)(1 - g)}}{2\,(1 - g)} \qquad (34)$$

Dividindo o numerador e o denominador por 2 e, a seguir, indicando por Δ a expressão sob o sinal de raiz e desenvolvendo-a, obtém-se

$$\Delta = b^2 - 2bg\frac{v_{12}}{v_{22}} + g^2\frac{v_{12}^2}{v_{22}^2} - b^2 + g\frac{v_{11}}{v_{22}} + gb^2 - g^2\frac{v_{11}}{v_{22}}$$

ou

$$\Delta = \frac{t_o^2 s^2}{a_2^2}\left[-2bv_{22}\frac{v_{12}}{v_{22}} + gv_{22}\frac{v_{12}^2}{v_{22}^2} + v_{22}\frac{v_{11}}{v_{22}} + v_{22}b^2 - gv_{22}\frac{v_{11}}{v_{22}}\right]$$

ou ainda

$$\Delta = \frac{t_o^2 s^2}{a_2^2}\left[-2bv_{12} + v_{11} + v_{22}b^2 - g\left(v_{11} - \frac{v_{12}^2}{v_{22}}\right)\right] \qquad (35)$$

Finalmente, de (34) e (35), obtém-se

$$L_1 = \frac{1}{1 - g}\left(b - g\frac{v_{12}}{v_{22}} - \sqrt{\Delta}\right) \qquad (36)$$

e

$$L_2 = \frac{1}{1 - g}\left(b - g\frac{v_{12}}{v_{22}} + \sqrt{\Delta}\right) \qquad (37)$$

Com $g < 1$, o intervalo de confiança é

$L_1 < \beta < L_2$

Com $g > 1$ e $\Delta > 0$, o intervalo de confiança é

$\beta < L_1$ e $\beta > L_2$

Com $g > 1$ e $\Delta < 0$, o intervalo de confiança é

$-\infty < \beta < \infty$

Hoffmann & Vieira (1977) mostram como os intervalos de confiança, obtidos através do teorema de Fieller, podem ser interpretados em função da região de confiança para os parâmetros α_1 e α_2.

A estimativa da dose econômica, para o modelo quadrático, é

$$X^* = \frac{\Omega - b}{2c}$$

Considerando-se

$a_1 = \Omega - b$

e

$a_2 = 2c$

pode-se determinar o intervalo de confiança da dose econômica, utilizando (36) e (37).

Para o modelo com raiz quadrada, a estimativa da raiz quadrada da dose econômica é

$$\sqrt{X^*} = \frac{c}{2(\Omega - b)}$$

O teorema de Fieller pode ser aplicado, fazendo-se

$a_1 = c$

e

$a_2 = 2(\Omega - b)$

Obtidas as raízes de acordo com (36) e (37), e desde que nenhuma dessas raízes seja negativa, tomam-se os seus quadrados como limites do intervalo de confiança para a dose econômica.

Para a dose econômica (24), relativa ao modelo de Spillman, faz-se

$a_1 = 1n\, \Omega - 1n\, b - 1n\, 1n\, r$

e

$a_2 = 1n\, r$

Neste caso, a aplicação do teorema de Fieller é apenas aproximada já que tanto no numerador como no denominador temos estimadores consistentes, mas não é possível demonstrar que sejam estimadores não-tendenciosos. Além disso, são conhecidas apenas as variâncias das distribuições assintóticas. De acordo com (25),

$$\hat{V}(a_1) = \frac{\hat{V}(b)}{b^2} + \frac{\hat{V}(r)}{(r\, 1n\, r)^2} + \frac{2\, c\hat{o}v(b, r)}{br\, 1n\, r},$$

$$\hat{V}(a_2) = \frac{\hat{V}(r)}{r^2}$$

e

$$c\hat{o}v(a_1, a_2) = -\frac{c\hat{o}v(b, r)}{br} - \frac{\hat{V}(r)}{r^2\, 1n\, r}$$

Quando se determina o intervalo de confiança para a dose econômica com base em qualquer um dos três modelos de função de produção, e verifica-se que $g > 1$ e $\Delta > 0$, obtendo, portanto, um intervalo do tipo $X < L_1$ e $X > L_2$, deve-se levar em consideração somente o subintervalo que contenha X^*. Considere-se, por exemplo, o modelo quadrático e admita-se que X^* esteja contido no subintervalo $X < L_1$. Então, este subintervalo corresponde a valores negativos do parâmetro γ, que satisfaz as condições para a receita líquida máxima. Conseqüentemente o subintervalo $X > L_2$ corresponde a valores positivos do parâmetro γ, os quais não satisfazem a condição de segunda ordem para a maximização da renda líquida. Portanto, quando o intervalo de confiança é composto de dois subintervalos, só interessa aquele que contém o ponto de abscissa X^*. Um problema importante, exposto claramente por Pimentel Gomes & Gomes (1979), é que ao subintervalo corresponderá um nível de confiança menor do que o adotado inicialmente.

Modelos considerando os efeitos de práticas culturais, variedades e clima

Inicialmente, demostrar-se-á que, para o experimento que está sendo analisado, pode-se colocar no modelo um máximo de duas variáveis climáticas.

Considere-se W_1, W_2 e W_3 para designar três diferentes variaveis climáticas como, por exemplo, temperatura, insolação e precipitação. Sejam, W_1^I, W_1^{II}, W_1^{III} e W_1^{IV} os valores de W_1 no primeiro, segundo, terceiro e quarto ano respectivamente. Analogamente, sejam W_2^I, W_2^{II}, W_2^{III}; W_3^I, W_3^{II}, W_3^{III} e W_3^{IV} os valores distintos de W_2 e W_3, respectivamente.

Uma vez que no primeiro e segundo ano foi plantada uma variedade e no terceiro e quarto, uma outra variedade, introduz-se uma variável binária V para captar o efeito de variedade.

Considere-se agora a matriz 4 x 5

$$A = \begin{bmatrix} 1 & V_1 & W_1^I & W_2^I & W_3^I \\ 1 & V_1 & W_1^{II} & W_2^{II} & W_3^{II} \\ 1 & V_2 & W_1^{III} & W_2^{III} & W_3^{III} \\ 1 & V_2 & W_1^{IV} & W_2^{IV} & W_3^{IV} \end{bmatrix}$$

Essa matriz tem, no máximo, característica igual a 4. Pode ser mostrado que, para qualquer matriz, o número de linhas linearmente independentes é igual ao número de colunas linearmente independentes; este número é a característica da matriz (Weber 1977). A quinta coluna pode, portanto, ser expressa como uma combinação linear das quatro colunas restantes. Considere-se a seguinte combinação linear:

$$\begin{bmatrix} W_3^{I} \\ W_3^{II} \\ W_3^{III} \\ W_3^{IV} \end{bmatrix} = \theta_o \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \theta_1 \begin{bmatrix} V_1 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_2 \end{bmatrix} + \theta_2 \begin{bmatrix} W_1^{I} \\ W_1^{II} \\ W_1^{III} \\ W_1^{IV} \end{bmatrix} + \theta_3 \begin{bmatrix} W_2^{I} \\ W_2^{II} \\ W_2^{III} \\ W_2^{IV} \end{bmatrix} \qquad (38)$$

Sejam v_o, v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 e v_6 os vetores constituídos pelas colunas da matriz X relativa ao modelo

$Y = \alpha + \beta_1 X + \beta X^2 + \delta V + \gamma_1 W_1 + \gamma_2 W_2 + \gamma_3 W_3 + u$

Verifica-se que há uma correspondência entre os vetores v_o, v_3, v_4, v_5 e v_6 (nesta ordem) e as cinco colunas da matriz A. Assim, por exemplo, v_3 tem elementos iguais aos da segunda columa da matriz A, repetidos 512 vezes cada um; v_4, v_5 e v_6 têm elementos iguais aos da terceira, quarta e quinta coluna da matriz A, respectivamente, repetidos 256 vezes cada um.

Então, de acordo com (38), temos

$v_6 = \theta_o v_o + \theta_1 v_3 + \theta_2 v_4 + \theta_3 v_5$

ou seja, há multicolinearidade perfeita nesta matriz X.

O determinante da matriz X'X é igual a zero. Não é possível, então, inverter a matriz X'X e, conseqüentemente, é impossível obter as estimativas dos parâmetros.

Pode-se demonstrar, em geral, que se o experimento é conduzido no mesmo local e com a mesma variedade durante n_A anos, pode-se introduzir na função de produção um máximo de $n_A - 1$ variáveis climáticas.

Se há mudanças na variedade utilizada, de um ano para outro, deve-se introduzir no modelo variáveis binárias para captar o efeito das diferentes variedades; neste caso, se n_V é o número de diferentes variedades utilizadas, pode-se introduzir no máximo $n_A - n_V$ variáveis climáticas (Hoffmann & Porto s.d.).

Variáveis climáticas

As variáveis climáticas introduzidas nos modelos que serão apresentados, são: T, temperatura média em graus centígrados; U, umidade relativa do ar (%); P, precipitação pluviométrica (mm); e I, insolação média em horas por dia.

Variáveis binárias

Variáveis binárias ("dummy variables") são usadas para representar variáveis qualitativas ou mudanças súbitas no processo em análise. Em funções de produção, as variáveis binárias são usadas para representar alterações tanto no intercepto como na declividade da função. No presente estudo, estas variáveis são utilizadas somente para representar alterações no intercepto da função, causadas pelos efeitos de diferentes práticas culturais, variações na variedade de trigo cultivada e diferenças entre blocos.

As variáveis binárias introduzidas nos modelos que serão apresentados, são as seguintes: V, variedades (assumindo o valor zero para a variedade IAS-59 e valor um para a variedade CNT-10); R, resteva (assumindo valor zero quando a resteva é queimada e valor um quando a resteva é incorporada ou deixada na superfície do solo); C, calagem (assumindo valor zero quando não houver aplicação de calcário e valor um quando houver aplicação de calcário); S, preparo do solo (assumindo valor zero para o plantio convencional e valor um para o plantio direto); D, densidade (assumindo valor zero para 120 kg de semente por hectare e valor um para 168 kg de semente por hectare). As variáveis binárias B_1, B_2 e B_3 são introduzidas nos modelos para captar as diferenças entre blocos.

Modelos das funções de produção.

Os níveis de produção são afetados pelo solo e variáveis climáticas, e a resposta para os nutrientes aplicados muda com estas variáveis ambientais (Pesek et al. 1967). A resposta a fertilizantes depende de muitos outros fatores além da quantidade e qualidade do fertilizante aplicado. Entre os fatores importantes estão as práticas de preparo do solo.

Tendo por objetivo testar a influência de práticas culturais e clima na produção de trigo, e a resposta de nitrogênio sob estas condições, serão utilizados os seguintes modelos:

I: $Y = \alpha_1 + \delta_{11}B_1 + \delta_{12}B_2 + \delta_{13}B_3 + \delta_{14}C + \delta_{15}S + \delta_{16}R + \delta_{17}D + \delta_{18}V + \delta_{19}X + \delta_{110}X^2 + u_1$

II: $Y = \alpha_2 + \delta_{21}B_1 + \delta_{22}B_2 + \delta_{23}B_3 + \delta_{24}C + \delta_{25}S + \delta_{26}R + \delta_{27}D + \delta_{28}V + \delta_{29}X + \delta_{210}X^2 + \delta_{211}U + \delta_{212}T + u_2$

III: $Y = \alpha_3 + \delta_{31}B_1 + \delta_{32}B_2 + \delta_{33}B_3 + \delta_{34}C + \delta_{35}S + \delta_{36}R + \delta_{37}D + \delta_{38}V + \delta_{39}X + \delta_{310}X^2 + \delta_{311}U + \delta_{312}T + \delta_{313}UX + \delta_{314}TX + u_3$

IV: $Y = \alpha_4 + \delta_{41}B_1 + \delta_{42}B_2 + \delta_{43}B_3 + \delta_{44}C + \delta_{45}S + \delta_{46}R + \delta_{47}D + \delta_{48}V + \delta_{49}X + \delta_{410}X^2 + \delta_{411}P + \delta_{412}T + u_4$

V: $Y = \alpha_5 + \delta_{51}B_1 + \delta_{52}B_2 + \delta_{53}B_3 + \delta_{54}C + \delta_{55}S + \delta_{56}R +$

$\delta_{57}D + \delta_{58}V + \delta_{59}X + \delta_{510}X^2 + \delta_{511}P + \delta_{512}T + \delta_{513}PX +$
$\delta_{514}TX + u_5$

VI: $Y = \alpha_6 + \delta_{61}B_1 + \delta_{62}B_2 + \delta_{63}B_3 + \delta_{64}C + \delta_{65}S + \delta_{66}R +$
$\delta_{67}D + \delta_{68}V + \delta_{69}X + \delta_{610}X^2 + \delta_{611}T + \delta_{612}I + u_6$

VII: $Y = \alpha_7 + \delta_{71}B_1 + \delta_{72}B_2 + \delta_{73}B_3 + \delta_{74}C + \delta_{75}S + \delta_{76}R +$
$\delta_{77}D + \delta_{78}V + \delta_{79}X + \delta_{710}X^2 + \delta_{711}T + \delta_{712}I + \delta_{713}TX +$
$\delta_{714}IX + u_7$

VIII: $Y = \alpha_8 + \delta_{81}B_1 + \delta_{82}B_2 + \delta_{83}B_3 + \delta_{84}C + \delta_{85}S + \delta_{86}R +$
$\delta_{87}D + \delta_{88}V + \delta_{89}X + \delta_{810}X^2 + \delta_{811}P + \delta_{812}I + u_8$

IX: $Y = \alpha_9 + \delta_{91}B_1 + \delta_{92}B_2 + \delta_{93}B_3 + \delta_{94}C + \delta_{95}S + \delta_{96}R +$
$\delta_{97}D + \delta_{98}V + \delta_{99}X + \delta_{910}X^2 + \delta_{911}P + \delta_{912}I + \delta_{913}PX +$
$\delta_{914}IX + u_9$

Deve-se ressaltar que, para que exista um ponto ótimo econômico, o coeficiente de X deve ser positivo e o coeficiente de X^2 deve ser negativo. O método para estimar os parâmetros dos modelos será o de mínimos quadrados ordinários.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Funções de produção anuais

Na Tabela 1, verifica-se que, nos anos de 1975 e 1977, a produtividade média do trigo sempre cresceu quando aumentou a quantidade de nitrogênio fornecida à cultura, de 15 a 135 kg/ha. Por outro lado, observa-se que, nos anos de 1976 a 1978, a produtividade média diminui quando a quantidade de nitrogênio fornecida à cultura aumenta de 95 para 135 kg/ha, mostrando que a dose de 135 kg/ha, provavelmente, já está no terceiro estágio da função de produção nestes anos.

Num experimento de adubação, tendo em vista determinar a dose econômica de um nutriente, é aconselhável que as doses aplicadas estejam predominantemente no estágio racional, permitindo uma melhor estimativa da função de produção neste estágio, que é o economicamente relevante (Anderson & Nelson 1975). Obviamente, é difícil conhecer, **a priori**, quando se instala um experimento, inclusive porque isso depende das condições climáticas durante o desenvolvimento da cultura. No caso do experimento em estudo, os dados apresentados na Tabela 1 indicam que os pontos observados estão, na sua maioria, no intervalo corespondente ao estágio racional, mostrando que, sob esse aspecto, o experimento foi bem planejado.

TABELA 1. **Produtividade média do trigo, em kg/ha, no experimento Estudo do Sistema de Produção Trigo-Soja, com aplicações crescentes de nitrogênio.**

Quantidade de N, em kg/ha	Ano			
	1975	1976	1977	1978
15	1.179,7	1.833,0	702,8	1.990,3
55	1.312,5	2.423,3	808,6	2.223,6
95	1.398,2	2.624,5	848,4	2.306,6
135	1.439,7	2.559,2	852,5	2.298,8
Média	1.332,5	2.360,0	803,1	2.204,8

Fonte: dados da pesquisa.

Estimativas dos parâmetros

As estimativas dos parâmetros dos modelos (1), (2) e (3) e dos respectivos desvios padrão, para cada ano, são dadas nas Tabelas 2, 3 e 4. No caso da função de Mitscherlich, as estimativas dos parâmetros apresentadas se referem a uma equação, onde Y é medido em kg de trigo por hectare e X é medido em kg de N por hectare. No caso do modelo quadrático e do modelo com raiz quadrada, as estimativas dos parâmetros apresentadas se referem a uma equação, onde Y é medido em kg de trigo por hectare e X é medido em unidades de 10 kg de N por hectare.

As estimativas dos desvios padrão das estimativas dos parâmetros foram obtidas, considerando o quadrado médio referente a resíduo mais falta de ajustamento (Porto 1980).

TABELA 2. **Estimativas dos parâmetros e de seus respectivos desvios padrão relativos à equação $\hat{Y} = a + bX + cX^2$.**

Ano do experimento	Estimativas					
	a	s(a)	b	s(b)	c	s(c)
1975	1.118,53	45,57	43,03	14,68	-1,4258	0,9522
1976	1.542,55	44,75	213,12	14,42	-10,2417	0,9352
1977	653,87	26,14	36,04	8,42	-1,5881	0,5463
1978	1.879,24	39,38	81,70	12,69	-3,7661	0,8229

Fonte: dados da pesquisa.

TABELA 3. **Estimativas dos parâmetros e de seus respectivos desvios padrão relativos à equação $\hat{Y} = a + bX + c\ \sqrt{X^2}$.**

Ano do experimento	Estimativas					
	a	s(a)	b	s(b)	c	s(c)
1975	992,89	124,11	-11,99	23,11	166,4157	113,4158
1976	622,39	122,18	-185,48	22,75	1.211,9524	111,3207
1977	509,20	71,16	-26,14	13,25	189,7994	64,8334
1978	1.538,40	107,19	-65,34	19,96	447,9905	97,6671

Fonte: dados da pesquisa.

TABELA 4. **Estimativas dos parâmetros e de seus respectivos desvios padrão relativos à equação $\hat{Y} = a\left[1 - 10^{-c(X+d)}\right]$.**

Ano do experimento	Estimativas					
	a	s(a)	b	s(b)	c	s(c)
1975	1.507,62	120,70	99,22	66,57	0,005794	0,004262
1976	2.604,76	29,70	16,26	5,13	0,016867	0,002895
1977	859,94	22,23	43,74	26,53	0,012557	0,006111
1978	2.314,17	29,01	43,64	19,30	0,014548	0,005071

Fonte: dados da pesquisa.

Pode-se notar que, em alguns anos, as estimativas **b, c** e **d** apresentaram desvios padrão bem elevados, ou seja, os intervalos de confiança para os parâmetros β, γ e δ são bastante amplos. Entretanto, isto não permite concluir que as estimativas dos rendimentos sejam imprecisas, pois os intervalos de confiança dos rendimentos são funções de variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros, isto é, a precisão das estimativas dos rendimentos depende das grandezas relativas das variâncias e covariâncias das estimativas dos parâmetros (Draper & Smith 1966).

Quanto à análise de variância para falta de ajustamento, com exceção de 1976 para o modelo de Mitscherlich, os três modelos considerados se ajustaram bem em todos os anos, pois o valor de **F** para falta de ajustamento foi não-significativo ao nível de 5%. Comparando os valores de F para os diferentes modelos em cada um dos quatro anos, verifica-se que a função de Mitscherlich foi o modelo cujo ajustamento aos dados foi menos satisfatório. Para os modelos quadrático e com raiz quadrada os resultados foram similares, não se podendo concluir qual dos dois se ajustou melhor aos dados do experimento.

A função de Mitscherlich não se ajustou satisfatoriamente aos dados de 1976 porque, neste ano, como mostra a Tabela 1, houve uma nítida queda na produtividade média quando se aumentou a quantidade de nitrogênio aplicada de 95 para 135 kg/ha. Quando existe queda de produção devido a aplicações crescentes de fertilizantes, o fenômeno biológico não é bem explicado pelo modelo de Mitscherlich. Isto se deve ao fato de que a função se aproxima assintoticamente de uma reta horizontal com a ordenada **a**. A curva do produto marginal é assintótica ao eixo das abscissas, nunca se tornando negativa. Por esta razão o modelo de Mitscherlich não é apropriado para amostras onde as magnitudes do insumo são suficientemente grandes para fazer declinar o produto total (Heady & Dillon 1972)[6].

Análise dos coeficientes da eficácia

Gomes & Silva (1979) fizeram novas determinações do valor do coeficiente de eficácia (**c**) para NPK, da função de Mitscherlich, para as culturas de feijão, batata, amendoim, trigo, milho, soja, arroz (sequeiro), algodão e mandioca, com dados obtidos em diversos estados do Brasil e pertencentes aos projetos BNDE/ANDA e FAO/ABCAR/ANDA. Os resultados referentes a nitrogênio estão reproduzidos na Tabela 5. São apresentados somente os valores de **c** para nitrogênio, devido ao interesse de os comparar com os valores obtidos no presente trabalho (Tabela 4) e discutir as conclusões de Gomes & Silva (1979).

Comparando o valor de **c** para a cultura de trigo, determinado por Gomes & Silva (1979), com valores de **c** constantes na Tabela 4, verifica-se que os valores são similares, com exceção da estimativa relativa ao ano de 1975.

Gomes & Silva (1979) testaram a hipótese de que o valor do coeficiente de eficácia para nitrogênio é, em todas as culturas mencionadas na Tabela 5, igual a 0,0049, que é o valor obtido por Pimentel Gomes (1957). O teste **t** foi sempre não-significativo. Com base nesse resultado, Gomes & Silva (1979) concluíram que se deve usar, para essas culturas, o valor 0,0049.

Observando as Tabelas 4 e 5, pode-se verificar que as estimativas do coeficiente de eficácia para N em trigo foram sempre superiores a 0,0049 e, quase sempre, maiores do que o dobro desse valor.

---

6 Entretanto, há uma outra forma de equação de Mitscherlich, que não foi considerada neste trabalho, que admite rendimentos decrescentes.

TABELA 5. Estimativas (c) do coeficiente de eficácia da equação de Mitscherlich, para adubação nitrogenada.

Cultura	Local	Número de ensaios	c
Batata	Minas Gerais	47	0,009419
Feijão	Brasil	231	0,025051
Amendoim	Brasil	33	0,021583
Milho	Minas Gerais	29	0,005440
Milho	Rio G. do Sul	48	0,006800
Milho	Paraná	50	0,008478
Trigo	Rio G. do Sul	18	0,012958

Fonte: Gomes & Silva (1979).

Além disso, o fato de o teste d~~e~~a hipótese $H_0: \gamma = 0{,}0049$ levar a resultado não-significativo não permite afirmar que $\gamma = 0{,}0049$, pois a probabilidade de estar cometendo erro tipo II é desconhecida, e pode ser muito grande.

Examinando, na Tabela 5, os resultados obtidos por Gomes & Silva (1979), é interessante notar que os dois valores de **c** mais elevados são os referentes a feijão e amendoim, as duas leguminosas que aparecem na Tabela. Isso sugere que o valor do coeficiente de eficácia pode ser bastante distinto quando se trata de culturas de diferentes famílias botânicas.

É possível que as diferenças no valor do coeficiente de eficácia sejam menores no caso de cultura de uma mesma família botânica, mas parece razoável admitir que essas diferenças existam até mesmo quando se trata de diferentes variedades de uma mesma espécie, principalmente considerando-se variedades melhoradas exatamente para responder mais à adubação química.

Verificou-se que a renda líquida esperada da cultura de trigo diminuiu bastante quando a dose econômica é determinada, utilizando $c = 0{,}0049$ em lugar do valor estimado com base nos dados do experimento específico para essa cultura.

Em resumo, parece que, se o experimento permite, deve-se estimar o valor do coeficiente de eficácia para a variedade utilizada e nas condições específicas do experimento. Está claro que, se um experimento só tem dois níveis de adubação, a dose econômica pode ser estimada com base na fórmula simplificada desenvolvida por Pimentel Gomes & Abreu (1959) e, neste caso, é necessário utilizar o valor de **c** estimado com base em grupos de experimentos, preferencialmente para a mesma cultura.

Doses econômicas e intervalos de confiança

Nas Tabelas 6, 7 e 8, são dadas, para os três modelos considerados e para os quatro anos de resultados do experimento, as estimativas da dose econômica de nitrogênio, intervalos de confiança, com base na variância assintótica e no teorema de Fieller, e estimativas da produção ótima de trigo, para três relações de preços.

Examinando as Tabelas 6, 7 e 8, nota-se que a amplitude dos intervalos de confiança, com base na variância assintótica e teorema de Fieller, das doses econômicas de nitrogênio, na maioria dos casos, é bem menor para os modelos quadráticos e com raiz quadrada. Isto, de uma certa foma, demonstra o melhor ajustamento destes modelos para o processo produtivo em estudo, do que o modelo de Mitscherlich, pois quanto melhor for o ajustamento, menor será o resíduo da regressão e, conseqüentemente, menor será o intervalo de confiança para a dose econômica.

TABELA 6. Estimativas da dose econômica de nitrogênio (X*) com base no modelo qadrático, intervalos de confiança pela variância assintótica, pelo teorema de Fieller e estimativa da produção ótima, em trigo, para três relações de preços $\Omega = P_x/P_y$. Dados de 1975, 1976, 1977 e 1978.

Relação de preços (Ω)	Dose econômica (X*) em kg/ha	Estimativa da produção ótima em kg/ha	Intervalo de 90% de confiança para a dose econômica			
			Com base na variância assintótica		Com base no teorema de Fieller	
			Ano de 1975			
2,0	80,8	1.373,1	60,0	101,5	∞	+ ∞ (a)
3,0	45,7	1.285,4	7,7	83,6	- ∞	67,2 (b)
4,0	10,6	1.162,6	-63,2(c)	84,5	- ∞	47,2 (b)
			Ano de 1976			
2,0	94,3	2.641,5	90,3	98,3	90,7	98,8
3,0	89,4	2.629,3	85,9	92,9	86,2	93,3
4,0	84,5	2.612,2	81,4	87,6	81,6	87,8
			Ano de 1977			
2,0	50,5	795,4	33,2	67,8	14,7	62,8
3,0	19,0	716,7	-14,4(c)	52,5	-56,6(c)	40,9
4,0	-12,4(c)	606,5	-63,3(c)	38,4	-129,2(c)	20,3
			Ano de 1978			
2,0	81,9	2.295,8	75,0	88,8	75,5	90,5
3,0	68,6	2.262,6	61,8	75,5	60,2	75,1
4,0	55,4	2.216,2	45,7	65,0	41,7	63,1

Fonte: dados da pesquisa.
(a) g > 1 e discriminante negativo.
(b) g > 1 e discriminante positivo; existe outro intervalo.
(c) resultado sem sentido agronômico.

TABELA 7. Estimativas da dose econômica de nitrogênio (X^*) com base no modelo com raiz quadrada, intervalos de confiança pela variância assintótica, pelo teorema de Fieller e estimativa da produção ótima, em trigo, para três relações de preços $\Omega = P_x/P_y$. Dados de 1975, 1976 1977 e 1978.

Relação de preços (Ω)	Dose econômica (X^*) em kg/ha	Estimativa da produção ótima em kg/ha	Intervalo de 90% de confiança para a dose econômica			
			Com base na variância assintótica		Com base no teorema de Fieller	
			Ano de 1975			
2,0	67,6	1.344,5	42,5	92,7	- ∞	+ ∞ (a)
3,0	39,2	1.275,5	18,8	59,7	0(b)	53,9
4,0	25,6	1.228,5	4,5	46,7	0(b)	40,2
			Ano de 1976			
2,0	87,0	2.583,3	80,0	93,9	81,0	95,4
3,0	79,1	2.563,7	73,8	84,3	74,5	85,3
4,0	72,2	2.539,8	68,2	76,2	68,5	76,8
			Ano de 1977			
2,0	42,3	789,0	32,3	52,3	27,4	50,5
3,0	28,6	755,3	17,8	39,3	14,1	37,2
4,0	20,6	727,2	10,6	30,6	8,5	28,9
			Ano de 1978			
2,0	68,9	2.264,1	60,4	77,3	61,6	80,6
3,0	55,2	2.230,2	49,2	61,2	48,5	61,3
4,0	45,2	2.195,5	39,0	51,4	37,5	50,7

Fonte: dados da pesquisa.
(a) g > 1 e discriminante negativo.
(b) raiz quadrada negativa.

TABELA 8. Estimativa da dose econômica de nitrogênio (X^*) com base na função de Mitscherlich, intervalos de confiança pela variância assintótica, pelo teorema de Fieller e estimativa da produção ótima, em trigo, para três relações de preços $\Omega = P_x/P_y$. Dados de 1975, 1976 1977 e 1978.

Relação de preços (Ω)	Dose econômica (X^*) em kg/ha	Estimativa da produção ótima em kg/ha	Intervalo de 90% de confiança para a dose econômica			
			Com base na variância assintótica		Com base no teorema de Fieller	
			Ano de 1975			
2,0	73,8	1.357,7	46,1	101,5	54,5	+ ∞ (a)
3,0	43,4	1,282,8	17,9	68,8	- ∞	64,2(a)
4,0	21,8	1.207,8	-12,3(b)	69,0	- ∞	45,6(a)
			Ano de 1976			
2,0	84,7	2.553,3	71,1	98,4	74,1	103,7
3,0	74,3	2.527,5	63,6	85,0	65,9	89,2
4,0	66,9	2.501,8	58,2	75,6	60,1	78,9
			Ano de 1977			
2,0	43,4	790,8	35,1	51,7	30,7	58,3
3,0	29,4	756,2	15,7	43,1	-29,8(b)	38,4
4,0	19,4	721,6	-1,3(b)	40,1	-79,8(b)	31,7
			Ano de 1978			
2,0	65,5	2.254,6	50,0	81,1	55,4	101,1
3,0	53,4	2.224,7	44,2	62,7	47,0	73,2
4,0	44,8	1.194,9	39,0	50,6	39,7	54,7

Fonte: dados da pesquisa.
(a) g > 1 e discriminante positivo; existe outros intervalo.
(b) resultado sem sentido agronômico.

Os intervalos de confiança para a dose econômica constantes das Tabelas 6, 7 e 8, foram obtidos considerando o quadrado médio referente a resíduo mais falta de ajustamento.

Houve uma variação muito grande das estimativas das doses econômicas nos anos de 1975 e 1977 em relação às dos anos de 1976 e 1978. A razão básica para essa variação é o fato de que as condições climáticas foram mais favoráveis para a cultura de trigo em 1976 e 1978. Na Tabela 1, verifica-se que a produtividade média do trigo em 1976 e 1978 foi superior à produtividade média observada no experimento em 1975 e 1977. Observa-se, também, que a resposta à adubação nitrogenada foi maior em 1976 e 1978. Na Tabela 1, comparando, em cada ano, a maior produtividade média observada com a produtividade média obtida com a aplicação de 15 kg de N por hectare, que é sempre a menor, verifica-se que o aumento de produtividade média, obtido com doses maiores de adubação nitrogenada, alcançou 791,5 e 316,3 kg/ha em 1976 e 1978, respectivamente, e apenas 260,0 e 149,7 kg/ha em 1975 e 1977, respectivamente.

A análise de variância do conjunto dos dados experimentais para os quatro anos, num total de 1.024 observações, também mostra a grande importância da variação na produtividade entre anos. Verifica-se que a soma de quadrados entre anos corresponde a 74% da soma de quadrados total.

Comparando os intervalos de confiança, com base na variância assintótica e o teorema de Fieller (Tabelas 6, 7 e 8), verifica-se que há casos em que os dois intervalos de confiança são bastante concordantes. As amplitudes dos dois intervalos de confiança são bem similares. Entretanto, segundo Hoffmann & Vieira (1976), quando houver discrepância entre os dois intervalos de confiança, deve-se adotar o intervalo de confiança baseado no teorema de Fieller. Este teorema indica de forma correta a indeterminação de um cociente quando o denominador da fração não é estatisticamente diferente de zero, isto é, quando $g > 1$. Neste caso têm-se dois subintervalos de confiança e somente os pontos de subintervalo, que contêm X^*, satisfazem as condições de renda líquida máxima. Porém este subintervalo não terá mais um nível de confiança de 90%. Por outro lado, as variâncias assintóticas dão uma boa aproximação da variância de X^* quando a amostra é suficientemente grande; é difícil, entretanto, estabelecer o tamanho de uma amostra para que ela possa ser considerada suficientemente grande.

Quando $g > 1$ e $\Delta < 0$, o teorema de Fieller apresenta um intervalo ilimitado, ou seja, $-\infty < X < +\infty$, enquanto que o intervalo de confiança, com base na variância assintótica continua apresentando intervalo fechado nos dois extremos, apesar de a amplitude do intervalo de confiança, neste caso, ser relativamente grande (Tabelas 6 e 7). Além disso o tamanho da amostra do presente estudo (n = 256), representando a produtividade de trigo em um tipo de solo de uma microrregião, Passo Fundo, RS, parece ser bem razoável.

Hoffmann & Vieira (1976) constataram casos em que o limite inferior do intervalo de confiança baseado na variância assintótica cresceu quando se aumentou a relação de preços. Entretanto, no presente trabalho, a exemplo do que ocorre quando se aplica o teorema de Fieller, os limites inferiores dos intervalos de confiança com base na variância assintótica se comportaram de acordo com a lei de rendimentos marginais decrescentes, isto é, sempre diminuíram quando a relação de preços (Ω) aumentou.

Funções de produção para os quatro anos, incluindo variáveis climáticas, práticas culturais e variedades

Estimativas dos parâmetros

Pode-se separar as variáveis que aparecem no segundo membro dos modelos ajustados em dois grupos. O primeiro inclui as variáveis para blocos, preparo do solo, resteva, calagem e densidade. O segundo, as variáveis X e X^2 (nitrogênio na forma linear e quadrática), variedade, variáveis climáticas e interação entre X e variáveis climáticas. Considerando as variáveis centradas, verifica-se que os vetores de valores observados das variáveis do primeiro grupo são ortogonais aos vetores de valores obsservados das variáveis do segundo grupo. Em outras palavras, na amostra utilizada, as variáveis do primeiro grupo não são correlacionadas com as variáveis do segundo grupo. Por isso, as estimativas dos parâmetros relativos às variáveis do primeiro grupo não são afetadas pela inclusão ou não, no modelo, de variáveis do segundo grupo (Hoffmann & Vieira 1977, Wonnacott & Wonnacott 1976)[7]. Uma vez que os modelos testados só diferem entre si pela inclusão ou não de variáveis climáticas e de interações dessas variáveis com a quantidade de nitrogênio, as estimativas dos parâmetros relativos a blocos, preparo do solo, resteva, calagem e densidade têm os mesmos valores para os nove modelos ajustados. Essas estimativas, juntamente com os respectivos valores de **t**, são apresentadas na Tabela 9.

O modelo I inclui somente as variáveis citadas na Tabela 9, não levando em consideração as diferenças climáticas entre os quatro anos. Em conseqüência, apresenta um coeficiente de determinação muito pequeno (R^2 = 0,16). Verificou-se que a estimativa do parâmetro de X^2 também era a mesma dos nove modelos ajustados. Essa estimativa, jun-

[7] Verifica-se, também, que as variáveis do primeiro grupo, X e X^2, são não-correlacionadas entre si.

tamente com o respectivo valor de t, também é apresentada na Tabela 9.

TABELA 9. Estimativas dos parâmetros das variáveis blocos, nitrogênio, preparo do solo, resteva, calagem e densidade, nos modelos ajustados aos dados do experimento, para os quatro anos.

Variável	Estimativas dos parâmetros	Teste t
B_1 = 2º bloco	131,58	4,783**
B_2 = 3º bloco	-239,41	-8,703**
B_3 = 4º bloco	-189,78	-6,899**
C = calagem	-51,82	-2,644**
S = preparo do solo	109,96	5,653**
R = resteva	-9,99	-0,514
D = densidade	53,77	2,764**
X = nitrogênio	93,47	9,972**
X^2	-4,25	7,000**

Fonte: dados da pesquisa.
** Significativo a 1%.

Na Tabela 10, estão as estimativas dos parâmetros das variáveis climáticas e variedades, correspondentes aos modelos sem interações. As estimativas dos parâmetros das variáveis nitrogênio (na forma linear), condições climáticas e variedades, correspondentes aos modelos com interações, são dadas na Tabela 11. Os valores de **t**, apresentados nas Tabelas 9 e 10, foram calculados, adotando, como estimativa da variância do erro, a média, para os quatro anos, do quadrado médio para resíduo mais falta de ajustamento.

TABELA 10. Ajustamento dos modelos alternativos, incluindo variáveis climáticas, sem interações, ajustados nos dados do experimento Estudo do Sistema de Produção Trigo-Soja, para os quatro anos.

Modelos	Estimativas dos parâmetros e respectivos valores de t					R^2
	V Variedade	U Umidade relativa do ar	T Temperatura	I Insolação	P Precipitação	
II	78,30 (3,807)**	-21,33 (-3,862)**	-493,76 (-45,349)**	–	–	0,826
IV	-449,25 (-3,318)**	–	-510,08 (-58,305)**	–	-5,07 (-3,852)**	0,826
VI	-749,68 (-3,493)**	– –	-374,39 (-9,620)**	-883,62 (-3,858)**	– –	0,826
VIII	-1.442,88 (-9,971)**	–	–	-3.322,16 (-58,311)**	14,02 (9,626)**	0,826

Fonte: dados da pesquisa.
** Significativo a 1%.

TABELA 11. Ajustamento dos modelos alternativos, incluindo variáveis climáticas, com interações entre estas e nitrogênio, ajustados aos dados do experimento, para os quatro anos.

Modelos	Estimativas dos parâmetros e respectivos valores de t										R^2
	X Nitrogênio	V Variedade	U Umidade relativa do ar	T Temperatura	I Isolação	P Precipitação	IX	PX	UX	TX	
III	528,00 (8,150)**	78,30 (3,919)**	17,24 (1,647)*	-459,49 (-22,639)**	—	—	—	—	-5,14 (-4,292)**	-4,57 (-1,978)*	0,837
V	224,66 (6,095)**	-497,96 (-3,396)**	—	-434,96 (-27,460)**	—	-5,84 (-4,423)**	—	0,10 (2,591)**	—	-10,01 (-5,632)**	0,835
VII	208,26 (5,259)**	-749,77 (-3,578)**	—	-285,23 (-7,106)**	-983,55 (-4,342)**	— —	13,31 (2,781)**	— —	— —	-11,89 (-6,902)**	0.835
IX	263,80 (5,601)**	-1.442,66 (-10,178)**	—	—	-2.861,25 (-26,977)**	9,42 (5,988)**	-61,46 (-6,110)**	0,61	—	—	0,834

Fonte: dados da pesquisa.
* Significativo a 5%.
** Significativo a 1%.

TABELA 12, Estimativas dos parâmetros das variáveis preparo do solo, resteva, calagem e densidade, dos modelos ajustados ao experimento, para os anos de 1975, 1976, 1977 e 1978.

Variáveis	1975		1976		1977		1978	
	Estimativa	Teste t	Estimativa	Teste t	Estimativa	Teste t	Estimativa	Teste t
C = Calagem	-95,80	-2,498**	-20,39	-0,545	-87,57	-3,279**	-3,53	-0,102
S = Preparo do solo	71,14	1,855***	315,70	8,442**	111,44	4,174**	-58,45	-1,695*
R = Resteva	-1,51	-0,039	110,19	2,947**	-107,38	-4,021**	-41,25	-1,196
D = Densidade	86,99	2,268*	69,75	1,865*	46,44	1,739*	11,92	0,346

Fonte: dados da pesquisa.
* Significativo a 5%.
** Significativo a 1%.

A interpretação da análise de variância só mostra se um determinado fator é ou não significativo; não mostra, porém, se este fator influi positivamente ou negativamente na produção. Com a finalidade de melhorar a compreensão e interpretação das estimativas dos parâmetros referentes a práticas culturais dos modelos estimados para os quatro anos, constantes da Tabela 8, foram ajustadas funções de produção anuais, para os anos de 1975, 1976, 1977 e 1978, tendo como variáveis independentes as acima citadas e nitrogênio (na forma linear e quadrática). As estimativas dos parâmetros dessas funções estão na Tabela 12.

Estimativas dos parâmetros das variáveis referentes a práticas culturais

A estimativa do parâmetro da variável binária preparo do solo (Tabela 9) mostrou-se significativa a 1%. Isto significa que o trigo cultivado pelo processo produtivo designado plantio direto (sem aração e gradagem), apresentou produção significativamente superior em relação à produção obtida pelo processo plantio convencional (com aração e gradagem). Entrentanto, na Tabela 12, a estimativa do parâmetro desta variável, para o ano de 1978, mostrou-se significativa, mas com sinal negativo. Este resultado pode ser interpretado da seguinte forma: embora o sistema de plantio direto permita obter produções maiores nos primeiros anos, após vários anos de utilização desse sistema no mesmo local, a produção é prejudicada pela compactação do solo. Assim, parece recomendável que, periodicamente, o trigo seja cultivado através do plantio convencional, evitando a compactação do solo devido aos cultivos sucessivos pelo sistema de plantio direto.

A estimativa do parâmetro da variável resteva, nos modelos estimados para os quatro anos (Tabela 9), apresentou-se não-significativa (com sinal negativo). Estatisticamente, as produções de trigo pelo processo de incorporação da resteva no plantio convencional e deixada na superfície no plantio direto, não foram diferentes das produções de trigo pelo processo de queimar a resteva nos dois sistemas de produção acima citados. Contudo, nas funções anuais (Tabela 12), as estimativas do parâmetro da variável resteva foram significativas nos anos de 1976 e 1977, com sinal positivo e negativo, respectivamente; para os demais anos, não foram significativas e apresentaram sinal negativo. Verifica-se, desta forma, a necessidade da continuidade do experimento, por mais anos, para que se possa obter um melhor conhecimento da influência da queima ou não da resteva na produção de trigo.

O valor da estimativa do parâmetro da variável calagem, apresentado na Tabela 9 (igual a -51,82, significativo a 1%), mostra que a produção de trigo, no solo em que foi realizado o experimento, responde negativamente à aplicação de 3,75 toneladas de calcário por hectare (1/2 SMP). Pode-se notar, na Tabela 11, que o efeito da aplicação de calcário nos quatro anos foi sempre negativa.

Verifica-se, nas Tabelas 9 e 12, que o cultivo de trigo com 168 kg de semente por hectare apresenta produção significativamente superior em relação à produção cultivada com 120 kg de semente por hectare.

Estimativas dos parâmetros referentes a condições climáticas e variedades

Todas as estimativas dos parâmetros das variáveis climáticas apresentaram-se significativas a 1% ou 5%, como se pode ver nas Tabelas 10 e 11. Também pode-se notar, nas Tabelas 10 e 11, que todas as variáveis climáticas (umidade relativa do ar, temperatura, insolação e precipitação) testadas nos oito modelos se mostraram negativamente relacionadas com a produção, com exceção da variávei precipitação nos modelos VIII e IX.

A instabilidade das estimativas dos parâmetros das variáveis climáticas em todos os modelos, como se pode constatar nas Tabelas 10 e 11, deve estar ligada a problemas de tendenciosidade devido à exclusão de variáveis dos modelos. Como já foi demonstrado, pode-se incluir somente duas variáveis climáticas em cada modelo. Devido a essa limitação, as estimativas dos parâmetros das variáveis incluídas no modelo são tendenciosas. O valor da tendenciosidade na estimativa de um parâmetro depende do valor dos parâmetros das variáveis excluídas e da correlação entre essas variáveis excluídas e a variável incluída na regressão cujo parâmetro está sendo considerado (Hoffmann & Vieira 1977).

As variáveis climáticas, entre as quatro testadas, que apresentaram maiores efeitos negativos na produção de trigo, foram temperatura e insolação.

Pelos coeficientes de determinação (R^2) dos nove modelos testados, podemos notra o quanto as condições climáticas explicam a produção de trigo. Nos modelos II a IX, incluindo variáveis climáticas, os coeficientes de determinação variaram de 0,826 a 0,837, porém no modelo I, que não levou em conta as diferenças climáticas entre os quatro anos, o coeficiente de determinação foi de apenas 0,164. X

As estimativas dos parâmetros das interações das variáveis climáticas com nitrogênio (na forma linear) apresentaram os mesmos problemas das estimativas dos parâmetros das variáveis climáticas, já discutidos anteriormente. Entretanto, apesar destes problemas, pode-se constatar, na Tabela 11, pelo resultado do teste t relativo àqueles parâmetros, a influência que as condições climáticas excercem na determinação da dose econômica de nitrogênio para a cultura do trigo.

Quanto às estimativas dos parâmetros das variáveis binárias referentes às variedades de trigo IAS-59 e CNT-10, nota-se que foram significativas a 1% (Tabelas 10 e 11). Nos modelos II e III, a variedade CNT-10 apresentou rendimentos estimados superiores aos da variedade IAS-59. Porém nos modelos IV a IX, a variedade IAS-59 apresentou rendimentos estimados nitidamente superiores aos da variedade CNT-10. Estas diferenças de produtividade entre as duas variedades devem estar relacionadas com as características destas variedades no que diz respeito à resistência a doenças, tais como: oídio, ferrugens do colmo e da folha, septória, giberela e outras. Qualquer uma destas doenças aparece na cultura do trigo, dependendo das condições climáticas favoráveis ao seu surgimento e da resistência da variedade de trigo cultivada. Ressalte-se que a estimativa do parâmetro relativo à modificação na variedade cultivada está sujeita aos mesmos problemas de tendenciosidade, mencionados quando se discutiu a influência das variáveis climáticas.

CONCLUSÕES

1. Os modelos com raiz quadrada e quadrática apresentaram, em relação ao modelo de Mitscherlich, um melhor ajustamento dos dados.
2. Não se deve generalizar o uso do valor da estimativa do parâmetro **c** obtido por Pimentel Gomes (1957) para todas as culturas, conforme preconizaram Gomes & Silva (1979).
3. Não há condições de fazer uma recomendação geral para a aplicação de nitrogênio na cultura do trigo, com base em resultados de funções de produção, estimadas a partir de dados experimentais de um único ano. A dose econômica varia muito dependendo das condições climáticas.
4. Os intervalos de confiança para as doses econômicas de nitrogênio, com base na variância assintótica e no teorema de Fieller, comportaram-se de maneira semelhante.
5. Entre as variáveis climáticas estudadas, temperatura e insolação foram as que apresentaram maior relação negativa com a produção de trigo.
6. A técnica de plantio direto na cultura de trigo apresentou uma produção significativamente superior em relação à produção de trigo cultivado através do plantio convencional. Entretanto, periodicamente o trigo deve ser cultivado pelo sistema de produção em plantio convencional, para evitar a compactação do solo, devido a sucessivos cultivos com plantio direto. A aplicação de 3,75 t/ha de calcário influiu negativamente na produção de trigo. Queimar ou incorporar a resteva ao solo é indiferente para a produção de trigo. O cultivo de trigo com 168 kg de se-

mente por hectare apresentou produção significativamente superior em relação à produção de trigo cultivado com 120 kg de semente por hectare.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, R.L. & NELSON, L.A. A family of models involving intersecting straight lines and concomitant experimental designs useful in evaluating response to fertilizer nutrients. **Biometrics, 31**:303-318, june, 1975.

COLWELL, J.C. Experimental requirements for optimising the use of fertilizers throughout non-uniform regions. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 10, Guarujá, 06 a 10 de agosto, 1979.

DILLON, J.L. **The analysis of response in crop and livestock production.** 2a. ed. Oxford, Pergamon Press, 1977.

DRAPER, N. & SMITH, H. **Applied regression analysis.** New York, John Wiley, 1966.

FINNEY, D.J. Statistical method in biological assay. 2a. ed. London, Charle Griffin. 1971. p.27.

GOMES, M.B. & SILVA, I.R. Novas estimativas brasileiras do coeficiente de eficácia. **Revista de Agricultura, 54**(1-2):99-108, 1979.

HEADY, E.O. & DILLON, J.L. **Agricultural production functions.** 5a. ed. Ames, Iowa State University Press, 1972.

HOFFMANN, R. & PORTO, V.H.F. Um problema econométrico no uso de variáveis climáticas em funções de produção ajustadas a dados experimentais. **Revista de Economia Rural** (no prelo).

HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. **Análise de regressão; uma introdução à econometria.** São Paulo, HUCITEC-EDUSP, 1977. 152-319.

HOFFMANN, R. & VIEIRA, S. Determinação do intervalo de confiança para a dose econômica de nutriente com base em experimentos de adubação. **Série Pesquisa nº 35.** Piracicaba, Departamento de Economia e Sociologia Rural, ESALQ/USP, 1976, p.56.

MOTA, F.S. & ACOSTA, M.J. Agrometeorology of the wheat crop in Brazil, 1973. Citado por FONSECA, V.O. da. **Análise econômica da aplicação de doses e fontes de nitrogênio na cultura de trigo, sob condições de risco, em Pelotas, Rio Grande do Sul.** Porto Alegre, IEPE/UFRGS, 1976 (Tese de M.S.).

PESEK, J. et al. Fertilizer production function in relation to weather, location, soil and crop variables. **Research Bulletin 554.** Iowa Agric. Exp. Station, 1967.

PIMENTEL GOMES, F. Análise conjunta de 38 experimentos de adubação de cana-de-açúcar. **Revista de Agricultura, 32**:113-126, 1954.

PIMENTEL GOMES, F. & ABREU, C.P. Sobre uma fórmula para o cálculo da dose mais econômica de adubo. **Anais da E.S.A. "Luiz de Queiroz", 16**:191-198, 1959.

PIMENTEL GOMES, F. & GOMES, M.B. Grave problema relativo a intervalos de confiança de pontos de máximo ou de mínimo de equações de regressão de segundo grau. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL DE BIOMETRIA, 10, Guarujá, 6 a 10 de agosto, 1979.

PORTO, V.H.F. **Análise econométrica de dados experimentais sobre um sistema de produção trigo-soja, para a cultura de trigo.** Piracicaba, ESALQ/USP, 1980, 106-109. (Tese MS).

STEVENS, W.L. Asymptotic regression. **Biometrics, 7**:247-267.

THEIL, H. **Principles of econometrics.** New York, John Wiley, 1971, 373-374.

WEBER, J.E. **Matemática para economia e administração.** São Paulo, Harper & Row do Brasil, 1977, p.564.

WONNACOTT, R.J. & WONNACOTT, T.H. **Econometria.** Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1976, p.279.