

PRODUTIVIDADE DE FATORES NA PECUÁRIA DE CORTE: UMA AVALIAÇÃO POR MEIO DO ESTIMADOR DE CUME¹

J. M. CARDOSO DE ALMEIDA², S. A. BRANDT³, L.C. TAKAO
YAMAGUCHI⁴ e H. M. GUIMARÃES⁵

RESUMO - O regressor de cume tem sido proposto como estimador alternativo ao de mínimos quadrados ordinários, nos casos em que se tem modelos de regressão com matrizes de dados mal condicionadas. A regressão de cume é usada no presente estudo, a fim de avaliar os efeitos de doze fatores produtivos sobre o produto da pecuária de corte do Estado do Espírito Santo. Indica-se que dez fatores estão sendo usados no estágio racional de produção e que dois desses estão sendo empregados no terceiro estágio de produção.

Termos para indexação: regressão de cume, pecuária de corte, função de produção, Espírito Santo.

FACTORS PRODUCTIVITY IN BEEF CATTLE PRODUCTION: A RIDGE ESTIMATOR EVALUATION

ABSTRACT - Ridge regressor has been proposed as an alternative estimator to ordinary least squares in cases where regression models present ill conditioned data matrices. Ridge regression is used in the present study in order to evaluate the effects of twelve inputs on beef cattle output of the State of Espírito Santo. It is indicated that ten inputs are used at the rational stage and that two inputs are used at the third stage of production.

Index terms: ridge regression, beef cattle, production function, State of Espírito Santo.

INTRODUÇÃO

O objetivo básico do estimador de regressão de cume (RC) é o de tornar mais estáveis as estimativas paramétricas, nos casos em que a matriz de dados não pode ser modificada ou aumentada, por meio de informações adicionais, em grau suficiente, para permitir que o procedimento de mínimos quadrados ordinários (MQO) apresente desempenho satisfatório (Belongia, 1979).

Na RC introduz-se um viés com a finalidade de reduzir a variância e o erro quadrático médio. Este procedimento torna-se importante quando se deseja obter estimativas paramétricas razoavelmente estáveis.

¹ Recebido em 28 de outubro de 1985.

Aceito para publicação em 9 de junho de 1986.

² M.S., Professor Assistente, UFES (DER/CAUFES) - Alto Universitário - CEP 29.500 - Alegre, RS.

³ Ph. D., Professor Titular, UFV (DER/CCA/UFV) - CEP 36.570 - Viçosa, MG.

⁴ M.S., Pesquisador, EMBRAPA/CNPGL - Rodovia MG 133 - km 42 - CEP 36.155 - Cel. Pacheco, MG.

⁵ M.S., Chefe do Departamento de Economia - FNPf - Rua Benvinda de Carvalho, 14 - Apt.^o 206 - CEP 30.000 - Belo Horizonte, MG.

A pecuária de corte constitui atividade econômica importante, em termos de uso de recursos produtivos e de geração de renda, na economia do Espírito Santo. Atualmente, ela se concentra principalmente na Região Norte do Estado, onde predominam as explorações de tipo extensivo. O Município de Nova Venécia, escolhido como área de pesquisa para o presente estudo, se destaca como importante produtor (cria, recria e engorda) de bovinos de corte para mercado. O conhecimento empírico das elasticidades de produção pode ser útil, no presente caso, na orientação dos serviços de assistência técnica, extensão rural e crédito pecuário.

Os objetivos do presente estudo são os de obter estimativas RC de elasticidades de produção de doze fatores produtivos para a pecuária de corte do Estado do Espírito Santo e os de comparar estas estimativas com as obtidas por MQO.

MATERIAL E MÉTODOS

Os dados básicos usados no presente estudo provêm de um *survey* conduzido no ano agrícola de 1976/77, na Região de Nova Venécia, Estado do Espírito Santo, com uma amostra de 56 pecuaristas, obtida de um universo de 143 empresas dedicadas a cria, recria e terminação (Almeida, 1982).

Seja o seguinte modelo de regressão, no qual todas as variáveis foram padronizadas:

$$Y = X \beta + e \quad (1)$$

em que Y é um vetor $n \times 1$ de observações da variável dependente padronizada; X é uma matriz plena de coluna-fileira de observações das variáveis explicativas padronizadas; β é um vetor $p \times 1$ de parâmetros a serem estimados, e e é um vetor $n \times 1$ de termos de erro, com $\Sigma(e) = 0$ e $E(ee') = \sigma^2 I$.

A padronização das variáveis produz as seguintes propriedades: para $X = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ e $I' = (1, 1, \dots, 1)$, $I' x_j = 0$ e $x_j' x_j = 1$, para $j = 1, 2, \dots, p$. Além disso, $X'X$ é a matriz de coeficientes de correlação das variáveis explicativas e $X'Y$ fornece as correlações entre cada uma das variáveis explicativas e a variável dependente. O estimador de MQO da equação (1) é dado por:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (2)$$

O efeito do aumento dos graus de não-ortogonalidade, isto é, de correlação entre as colunas de X , pode ser melhor examinado por meio da consideração da forma canônica do modelo e de seus estimadores de MQO. Sejam Λ a matriz diagonal de autovalores de $X'X$ e T a matriz correspondente de autovalores normalizados.

Tem-se que $T'X'XT = \Lambda$, na qual $T'T = TT' = I$. Fazendo-se $Z = XT$ e $\beta = Ta$, a equação (1) se torna igual a:

$$y = Za + e \quad (3)$$

e o estimador de MQO de α é dado por:

$$\hat{\alpha} = (Z'Z)^{-1} Z'y = \Lambda^{-1} Z'y = T'\beta \quad (4)$$

no qual $\Lambda^{-1} = \text{diag}(\lambda_1^{-1}, \lambda_2^{-1}, \dots, \lambda_p^{-1})$. Pressupondo-se que os valores próprios são $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$, na medida em que as colunas de X se afastam da ortogonalidade, λ_p torna-se menor. Há duas conseqüências importantes desta característica dos MQO.

Em primeiro lugar, a extensão do vetor $\hat{\alpha}$ aumenta na medida em que λ_p tende para zero, sendo esta extensão descrita por meio de:

$$E(\hat{\alpha}'\alpha) = \alpha'\alpha + \sigma^2 \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \quad (5)$$

Em segundo lugar, a variância de $\hat{\alpha}$ também aumenta, sendo $\text{var}(\hat{\alpha}) = \sigma^2 \Lambda^{-1}$. Estas duas características constituem parte do problema de multicolinearidade do método de MQO e têm sua origem no fato de que o estimador depende do tamanho do menor valor próprio da matriz de dados, uma vez que as duas expressões envolvem λ_p^{-1} que tende para infinito, na medida em que λ_p tende para zero.

Hoerl & Kennard (1970) propuseram o chamado estimador de RC como modificação do estimador MQO para superação parcial do impacto de λ_p reduzido:

$$\hat{\beta}(k) = (X'X + KI)^{-1} X'y \\ = \left\{ I + k(X'X)^{-1} \right\}^{-1} \hat{\beta} \quad k \geq 0 \quad (6)$$

Em termos de variáveis canônicas, a equação (6) pode ser expressa por meio de

$$\hat{\alpha}(k) = (I + k\Lambda^{-1})^{-1} \hat{\alpha} \quad (7)$$

na qual o j -ésimo elemento de $\hat{\alpha}(k)$ é dado por

$$\hat{\alpha}_j(k) = \hat{\alpha}_j / (1 + k\lambda_j^{-1}) \quad (8)$$

A inferência da relação (6)) é que o procedimento de RC encurta as extensões dos elementos no vetor $\tilde{\alpha}(k)$, em relação aqueles de $\alpha(0)$, sendo que as maiores reduções ocorrem com os componentes com menores valores próprios.

Em aplicações empíricas, como a do presente estudo, a escolha de k é de vital importância. Vinod (1976, 1978) derivou uma plotagem entre $\beta(k)$ e uma escala m' , denominada tolerância de multicolinearidade, definida do seguinte modo:

$$m' = p - \sum_i \lambda_i / (\lambda_i + k_i) \quad (9)$$

na qual p é o número de regressores. O valor m' indica a deficiência no posto (*rank*) da matriz $X'X$.

Vinod (1976, 1978) também derivou uma nova estatística (r), indicadora do valor de k que desloca o sistema para o ponto mais próximo da ortogonalidade. Esta estatística se denomina índice de estabilidade de magnitudes relativas e é definida, para $m' < p$, do seguinte modo:

$$r = \sum_i \left\{ \left(p \frac{\delta_i^2}{\bar{s}} \lambda_i \right) - 1 \right\}^2 \quad (10)$$

na qual $\delta_i = \lambda_i / (\lambda_i + k_i)$, e $\bar{s} = \sum_i \lambda_i / (\lambda_i + k_i)^2$.

O valor de k , que gera o menor valor de r , produz o sistema mais próximo da ortogonalidade (1979).

As estimativas de RC das elasticidades de produção de doze fatores produtivos, para a pecuária de corte do Estado, são obtidas por meio de programa de computação desenvolvido por Kalil (1977) e modificado por Yamaguchi & Brandt (1983).

A forma funcional usada para representar as relações de produção é a Cobb-Douglas, que é linear nos logaritmos das variáveis:

$$\ln y = \ln a + b_1 \ln x_1 + \dots + b_{12} \ln x_{12} + \ln e \quad (11)$$

na qual \ln indica logaritmo neperiano; y é o valor da produção; x_1 é a terra ocupada com pastagens; x_2 é a terra ocupada com forrageiras para corte; x_3 é o estoque de animais produtivos; x_4 indica despesas com pastagens; x_5 é o fluxo de serviços de benfeitorias; x_6 indica despesas com alimentação suplementar; x_7 indica despesas com defesa sanitária do rebanho; x_8 é o fluxo de serviços de trabalho de conservação e recuperação de pastagens; x_9 é o fluxo de serviços de trabalho de manejo rebanho; x_{10} é o fluxo de serviços de máquinas e equipamentos; x_{11} indica despesas com vacinas; x_{12} indica despesas com controle de parasitas; e e é um termo de erro estocástico que, por pressuposição, $e \sim (0, \sigma^2)$.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 1 apresenta as estimativas de k e r para valores de m' situados dentro dos limites zero e doze, com intervalos iguais a 0,25. Como se observa nesta Tabela, o valor de k que minimiza r é igual a 0,4753.

TABELA 1. Tolerância de multicolinearidade (m^1), fonte de viés (k) e índice de estabilidade de magnitude relativas (r). Função de produção da pecuária de corte, Nova Venécia, Espírito Santo, 1977.

m^1	k	r	m^1	k	r
0,00	0,0000	131,6111	6,25	0,4753	2,1031
0,25	0,0000	131,3935	6,50	0,5340	2,1125
0,50	0,0000	130,4750	6,75	0,5999	2,1465
0,75	0,0001	126,1641	7,00	0,6743	2,2038
1,00	0,0010	29,9715	7,25	0,7587	2,2836
1,25	0,0074	12,8985	7,50	0,8549	2,3856
1,50	0,0153	12,0955	7,75	0,9650	2,5100
1,75	0,0241	10,8305	8,00	1,0921	2,6575
2,00	0,0337	9,5966	8,25	1,2398	2,8303
2,25	0,0443	8,4631	8,50	1,4127	3,0316
2,50	0,0560	7,4450	8,75	1,6172	3,2674
2,75	0,0689	6,5435	9,00	1,8618	3,5467
3,00	0,0831	5,7543	9,25	2,1581	3,8837
3,25	0,0986	5,0704	9,50	2,5225	4,2994
3,50	0,1158	4,4831	9,75	2,9790	4,8249
3,75	0,1346	3,9835	10,00	3,5635	5,5045
4,00	0,1554	3,5622	10,25	4,3329	6,3997
4,25	0,1783	3,2105	10,50	5,3823	7,5927
4,50	0,2035	2,9202	10,75	6,8832	9,1879
4,75	0,2314	2,6839	11,00	9,1786	11,3092
5,00	0,2622	2,4952	11,25	13,0690	14,0888
5,25	0,2963	2,3487	11,50	20,9551	17,6484
5,50	0,3341	2,2397	11,75	44,8380	22,0696
5,75	0,3762	2,1644	12,00	∞	ND ^a
6,00	0,4230	2,1197

Fonte: Dados básicos de (Almeida, 1982).

^a 'ND' indica não definido.

As estimativas de β_1 obtidas por MQO ($k = 0$) e por RC ($k = 0,4753$) são apresentadas na Tabela 2. É interessante notar o efeito de maior k sobre as estimativas paramétricas. Os valores absolutos da maioria dos coeficientes diminuem e alguns coeficientes chegam a apresentar troca de sinal. A explicação para a diminuição do vetor $\hat{\beta}(k)$ é encontrada no tamanho dos autovalores. Baixos valores próprios contribuem consideravelmente para maiores valores absolutos e maiores variâncias dos elementos de $\hat{\beta}(0)$.

Em termos econômicos, verifica-se que os estimadores de RC constituem mudança substancial, em relação aos estimadores de MQO, na indicação da natureza dos retornos à escala e da eficiência de alocação dos recursos. Os estimadores de MQO indicariam retornos praticamente constantes à escala ($\sum_{i=1}^{12} \beta_i \cong 0,97$), ao passo que os estimadores de RC indicam retornos decrescentes à escala ($\sum_{i=1}^{12} \beta_i \cong 0,89$).

TABELA 2. Estimadores de Regressão de Cume (RC) e de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). Função de produção da pecuária de corte, Nova Venécia, Espírito Santo, 1977.

Elasticidade de Produção	Fator de Produção	Estimador de MQO	Estimador de RC
β_1	Terra (pastagem)	0,1875	0,1426
β_2	Terra (forrag. corte)	0,0044	0,0008
β_3	Rebanho	0,2321	0,1627
β_4	D. Pastagens	-0,0088	0,0169
β_5	Benfeitorias	0,2120	0,1509
β_6	A. Suplementar	-0,0142	-0,0038
β_7	D. Sanitária	-0,0419	-0,0211
β_8	Trabalho (pastagem)	-0,2712	0,0122
β_9	Trabalho (manejo)	0,4843	0,1827
β_{10}	Máquinas e Equipamentos	0,1632	0,1436
β_{11}	Vacinas	0,0052	0,0909
β_{12}	Controle de Parasitas	0,0153	0,0090
$\sum_{i=1}^{12} \beta_i$	Total	0,9679	0,8874

Fonte: Dados básicos de (Almeida, 1982).

No que tange à eficiência de uso dos recursos, os estimadores de MQO indicariam que x_4 (despesas com pastagens) e x_8 (trabalho com conservação e recuperação de pastagens) estão sendo usados em estágio irracional (3) de produção, o que não ocorre com os estimadores de RC. Dada a maior estabilidade relativa dos estimadores de RC, é mais aconselhável o emprego de suas indicações, em formulações de políticas. Nota-se, também, que as despesas com alimentação suplementar (x_6) e com defesa sanitária (x_7) já atingiram estágio irracional (3) de produção, tal como indicado pelos estimadores de RC, ao passo que os dez fatores restantes estariam sendo usados no estágio racional (2) de produção.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, J.M.C. de. **Análise de eficiência de uso de recursos na pecuária de corte do Espírito Santo**. Lavras, ESAL, 1982, 46p. (Tese M.S.).
- BELONGIA, M. An application of ridge regression with verification of new procedures. **Agric. Econ. Res.**, Washington, DC., 31(2):36-9, 1979.
- HOERL, A. E. & KENNARD, R. W. Ridge regression: biased estimation for nonorthogonal problems. **Technometrics**. Washington, DC., 12(1):55-67, 1970.
- HOERL, A. E. & KENNARD, R. W. Ridge regression: applications to nonorthogonal problems. **Technometrics**. Washington, DC., 12(1):69-82, 1970.
- KALIL, M. N. **Aplicação do método de regressão de cumeeira ('ridge regression'), na estimação de funções de demanda e de produção**. Piracicaba, ESALQ - USP, 1977. 136p. (Tese M.S.).
- VINOD, H.D. Application of new regression procedures to a study of Bell system scale economies. **J. Am. Sta. Assoc.** Washington, D.C., 71(356):835-41, 1976.
- VINOD, H. D. A survey of ridge regression and related techniques for improvements over ordinary least squares. **Rev. Econ. Sta.**, Cambridge, 60(1):121-31, 1978.
- YAMAGUCHI, L. C. T. & BRANDT, S. A. Matrizes de elasticidades de oferta: uma aplicação de novas técnicas de regressão de cume, In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ECONOMIA E SOCIOLOGIA RURAL, 21, Brasília, DF, **Anais**, 1983, p. 159-60 (Grupos Especiais).